Kokand University

RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING YANGI O‘ZBEKISTON RIVOJIGA TA’SIRI

Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiyasi to'plami

21 IYUN

2023

kokanduni.uz

RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING YANGI O‘ZBEKISTON RIVOJIGA TA’SIRI

ВЛИЯНИЕ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА РАЗВИТИЕ НОВОГО УЗБЕКИСТАНА

IMPACT OF DIGITAL TECHNOLOGIES ON THE DEVELOPMENT OF NEW UZBEKISTAN

Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiyasi maqolalar to'plami

JUNE 21, 2023
KOKAND UNIVERSITY

"O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida" O‘zbekiston Respublika Prezidentining 5847-sonli Farmonida ko‘zda tutilgan vazifalardan biri – ilmiy izlanish yutuklarini amaliyotga joriy etish yo‘li bilan fan sohalarini rivojlantirish, ya’ni xalqaro ilmiy hamjamiyatda e’tirof etilishiga xizmat qilishdir. Shu va boshqa tegishli farmonlarda va qarorlarda belgilangan vazifalarini amalga oshirish maqsadida 2023 yil 21-iyun kuni Qo‘qon universiteti “Raqamli texnologiyalar va matematika” kafedrasi “Raqamli texnologiyalarning Yangi O‘zbekiston rivojiga ta’siri” mavzusidagi xalqaro miqyosida o‘tkaziladigan ilmiy-amaliy konferensiyasi maqolalar to’plamini e‘lon qiladi

Ta'lim sifati yangi O‘zbekiston taraqqiyotini yanada yuksaltirishning muhim omili / Raqamli texnologiyalarning Yangi O‘zbekiston rivojiga ta’siri xalqaro ilmiy-amaliy konferensiyasi to’plami. Kokand university, 2023 yil 21 iyun, - «Innovatsion rivojlanish nashriyot-matbaa uyi» 2023.

18	**KITOB VA KITOBXONLIK – INSON MA'NAVIYATINING KO'ZGUSI -** Abdullajonov Davronjon Shokirjon oʻgʻli, Nematova Guljahon Shuxratjon qizi	83-85
19	**TA'LIM SOHASIDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARINING QO'LLANILISHI -** Batirov Behzod Barotovich	86-88
20	**ELEKTRON DARSLIKLAR YARATISH TEXNOLOGIYALARI -** Xoldarboyev Rahimjon Axmatdjanovich, Abduvaxobova Robiyaxon Abdusamat qizi	89-91
21	**INNOVATSION TEXNOLOGIYALAR YORDAMIDA TA'LIM SAMARADORLIGINI OSHIRISH YO'LLARI -** Nasirova Shaira Narmuradovna, Yodgorov G'ayrat Ro'ziyevich, Raximov Nodirbek Sharif oʻgʻli	92-94
22	**OLIY TA'LIMDA ELEKTRON TA'LIM RESURLARINI FOYDADANISHNING AHAMIYATI -** Nasirova Shaira Narmuradovna	95-96
23	**ELEKTRON TA'LIM RESURSLARIDAN FOYDALANISH ISTIQBOLLARI -** Qo'chqorova Surmaxon Suvonovna, Yodgorov G'ayrat Ro'ziyevich, Nasirova Shaira Narmuradovna	97-99
24	**TA'LIMGA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNI JORIY ETISH TIZIMNI RIVOJLANTIRISH IMKONIYATLARI -** Yodgorov G'ayrat Ro'ziyevich, Qo'chqorova Surmaxon Suvonovna, Nasirova Shaira Narmuradovna	100-102
25	**MATEMATIKA DARSLARINI TASHKILLASHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYA ELEMENTLARIDAN FOYDALANISH -** Azimova Toyibaxon Elmurodjon qizi	103-104
26	**ТЕКИСЛИКДА БЕРИЛГАН ЭЛЛИПСЛАР МИНКОВСКИЙ АЙИРМАСИ -** Жалолхон Нуритдинов Турсунбой ўғли	105-113
27	**TEACHING PHYSICS BASED ON MODERN TECHNOLOGIES -** Adashaliyeva Feruzabonu	114-116
28	**TA'LIM VA TARBIYA SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH -** Kamolaxon Oripova Erkinjon qizi	117-120
29	**ZAMONAVIY YOSHLAR QADRIYATLARI VA JAMIYAT BOSHQARUVI -** Mulaydinov Farhod Murotovich, Keldiboyeva Zumradxon Mirolim qizi	121-127
30	**TA'LIM VA TARBIYA SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA BOLALARNING SOGʻLIGʻIGA ZARAR YETKAZUVCHI AXBOROTLARDAN HIMOYA QILISH -** SH. F. Ulugʻxoʻjayeva	128-132
31	**BOGʻLIQSIZ TASODIFIY MIQDORLAR YIGʻINDISINING XARAKTRISTIK FUNKSIYASI -** Jovliyev Aziz Ismanqul oʻgʻli	133-134
32	**ZAMONAVIY TA'LIMNI TASHKIL ETISHDA VR TEXNOLOGIYALARIDAN FOYDALANISH METODIKASI -** G'aniyeva Shaxrizod Nurmaxamadovna	135-137
33	**TA'LIM VA TARBIYA SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNI QO'LLASHNING MUAMMO VA YICHIMLARI -** Dilfuza Muydinova	138-141
34	**MATEMATIK MODELLARNING TIBBIYOT SOHASIDAGI BA'ZI QO'LLANILISHI -** Eshtemirov Eshtemir Salim O'g'li, Abdurashidov Nuriddin G'iyosiddin O'g'li	142-148
35	**MAKTABGACHA TA'LIM TASHKILOTLARIDA ZAMONAVIY TEXNOLOGIYLARDAN FOYDALANIB SAMARALI MASHGʻULOT OʻTISHNING AVFZALIKLARI -** Yoʻldashev Axrorjon	149-150
36	**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МУЛЬТИМЕДИА ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ КУРСА "ЧИСЛОВОЕ И ПРОГРАММНОЕ УПРАВЛЕНИЕ" -** О.Э. Кушматов	151
37	**TA`LIMDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH ISTIQBOLLARI -** Siddiqov Ilhomjon Meliqo`ziyevich	152-155

ТЕКИСЛИКДА БЕРИЛГАН ЭЛЛИПСЛАР МИНКОВСКИЙ АЙИРМАСИ

Жалолхон Нуритдинов Турсунбой ўғли

Қўқон Университети оқитувчиси

Аннотатсия: Ушбу мақола оптимал бошқариш масалаларини ҳал қилишда кенг қўлланиладиган Минковски операторларининг бир тури Минковски айирмаси ҳақида. Ишда эллипслар билан чегараланган текисликнинг икки қавариқ майдонининг Минковский айирмасини топиш бўйича илмий тадқиқот натижалари баён этилган.

Калит сўзлар: Минковски йиғиндиси, Минковски айирмаси, параллел кўчириш, эллипс, эллипс диаметрис.

Abstract: This article is about the Minkowski difference, a type of Minkowski operator widely used in solving optimal control problems. The work describes the results of scientific research on finding the Minkowski difference of two convex areas of a plane bounded by ellipses.

Keywords: Minkowski sum, Minkowski difference, parallel displacement, ellipse, ellipse diametric.

Дифферентсиал ўйин назарияси замонавий математиканинг жадал ривожланаётган тармоғидир. Унинг ривожланиши, хусусан, тадқиқот масалалари ва уларни қўллаш соҳаларини (ҳарбий характердаги масалалардан иқтисодий, механик, биологик ва инсон фаолиятининг бошқа соҳаларигача) кенгайтириш билан боғлиқ.

Дифференсиал ўйинларда таъқибни тугатиш учун олинган натижаларни, масалан, тугатиш вақтини интеграл тўпламларнинг кенглиги бўйича таққослаш кейинчалик амалий масалаларда муҳим аҳамиятга эга бўлади. Бу масалани ўрганиш, айниқса, кучсиз қавариқ тўпламлар назариясини ва Минковски операторининг геометрик хусусиятларини ишлаб чиқишни ва уни чизиқли дифферентсиал ўйинларга қўллашни талаб қилади. Шунинг учун Минковски операторининг геометрик хусусиятларини ўрганиш долзарблигича қолмоқда.

Минковский операторлари биринчи марта дифференсиал ўйинларни ўрганиш учун Л.С. Понтрягин [1],[2]. Шунингдек, Минковский операторининг дифференсиал ўйинларга қўлланилиши Н.Ю.Сатимов, Г.Е.Иванов, Б.Н.Пшеничнийлар томонидан ўрганилган.

$X \overset{*}{-} Y$ Минковский айирмасининг геометрик маъноси Y тўпламни X тўпламдан чиқмасдан параллел равишда силжитиш мумкин. Қуйида текисликда берилган эллипсларнинг Минковски фарқини топиш учун баъзи натижалар келтирилган.

Текисликда иккита E^A ва E^B эллипслар билан чегараланган топламлар берилган бўлсин. Айтайлик $F_1^A\left(\alpha_1^1,\alpha_1^2\right)$, $F_2^A\left(\alpha_2^1,\alpha_2^2\right)$ нуқталар E^A эллипснинг, $F_1^B\left(\beta_1^1,\beta_1^2\right), F_1^B\left(\beta_2^1,\beta_2^2\right)$ нуқталар эса E^B эллипснинг фокуслари бўлсин. $2a^A$ ва $2a^B$ сонлар мос равишда E^A ва E^B эллипсларнинг катта ўқлари узунликлари бўлиб

$$a^A \geq a^B, \tag{1}$$

$$4\left(a^A\right)^2 - \left|F_1^A F_2^A\right|^2 \geq 4\left(a^B\right)^2 - \left|F_1^B F_2^B\right|^2, \tag{2}$$

муносабатлар ўринли бўлсагина $E^A \overset{*}{-} E^B$ айирма ҳақида гапириш мумкин. Бу дегани $E^A \overset{*}{-} E^B$ айирма бўш бўлмаслигининг зарурий шарти: E^A эллипснинг ўқлари узунлиги, E^B эллипснинг ўқлари узунлигидан кичик бўлмаслиги лозим. Лекин (1) ва (2) шартлар бажарилиши $E^A \overset{*}{-} E^B$ айирма бўш бўлмаслиги учун етарли эмас. Қуйида (1) ва (2) шартлар бажарилган тақдирда $E^A \overset{*}{-} E^B$ тўпламнинг бўш бўлмаслиги учун етарли шартларни баён қиламиз.

Текисликда эллипсни аниқлаш бир қийматли бўлиши учун унинг фокусларининг координаталарини ва катта ўқини узунлигини бериш кифоя. E^A эллипснинг маркази $O^A\left(\dfrac{\alpha_1^1+\alpha_2^1}{2}, \dfrac{\alpha_1^2+\alpha_2^2}{2}\right)$ нуқта, худди шу каби $O^B\left(\dfrac{\beta_1^1+\beta_2^1}{2}, \dfrac{\beta_1^2+\beta_2^2}{2}\right)$ нуқта E^B эллипснинг маркази бўлади.

$\vec{i}\,(1,0)$ вектор билан $\overrightarrow{F_1^A F_2^A}\left(\alpha_2^1-\alpha_1^1, \alpha_2^2-\alpha_1^2\right)$ вектор орасидаги бурчак косинуси ва синуси

$$\cos\mu = \frac{\alpha_2^1-\alpha_1^1}{\sqrt{\left(\alpha_2^1-\alpha_1^1\right)^2+\left(\alpha_2^2-\alpha_1^2\right)^2}}, \sin\mu = \frac{\alpha_2^2-\alpha_1^2}{\sqrt{\left(\alpha_2^1-\alpha_1^1\right)^2+\left(\alpha_2^2-\alpha_1^2\right)^2}}, \tag{3}$$

формулалар орқали топилади. У ҳолда фокуслари $F_1^A\left(\alpha_1^1,\alpha_1^2\right)$, $F_2^A\left(\alpha_2^1,\alpha_2^2\right)$ нуқталарда бўлган ва катта ўқи узунлиги $2a^A$ га тенг E^A эллипснинг тенгламаси

$$\frac{\left(2\left(x\cos\mu+y\sin\mu\right)-\alpha_1^1-\alpha_2^1\right)^2}{4\left(a^A\right)^2}+\frac{\left(2\left(-x\sin\mu+y\cos\mu\right)-\alpha_1^2-\alpha_2^2\right)^2}{4\left(a^A\right)^2-\left(\alpha_2^1-\alpha_1^1\right)^2-\left(\alpha_2^2-\alpha_1^2\right)^2}=1 \tag{4}$$

кўринишда бўлади.

Худди шу каби фокуслари $F_1^B\left(\beta_1^1,\beta_1^2\right), F_1^B\left(\beta_2^1,\beta_2^2\right)$ нуқталарда бўлган ва катта ўқи узунлиги $2a^B$ га тенг E^B эллипснинг тенгламаси

$$\frac{\left(2\left(x\cos\eta+y\sin\eta\right)-\beta_1^1-\beta_2^1\right)^2}{4\left(a^B\right)^2}+\frac{\left(2\left(-x\sin\eta+y\cos\eta\right)-\beta_1^2-\beta_2^2\right)^2}{4\left(a^B\right)^2-\left(\beta_2^1-\beta_1^1\right)^2-\left(\beta_2^2-\beta_1^2\right)^2}=1 \qquad (5)$$

кўринишда бўлади.Бу ерда η бурчак $\vec{i}\,(1,0)$ вектор билан $\overrightarrow{F_1^B F_2^B}\left(\beta_2^1-\beta_1^1,\beta_2^2-\beta_1^2\right)$ вектор орасидаги бурчак бўлиб, бу бурчакнинг косинус ва синуси

$$\cos\eta=\frac{\beta_2^1-\beta_1^1}{\sqrt{\left(\beta_2^1-\beta_1^1\right)^2+\left(\beta_2^2-\beta_1^2\right)^2}},\ \sin\eta=\frac{\beta_2^2-\beta_1^2}{\sqrt{\left(\beta_2^1-\beta_1^1\right)^2+\left(\beta_2^2-\beta_1^2\right)^2}}, \qquad (6)$$

каби топилади.

$E^A \overset{*}{-} E^B$ тўплам бўш бўлмаслиги учун E^B тўпламни параллел кўчириш ёрдамида E^A тўпламнинг ичига жойлаштириш мумкин бўлиши лозим. Шунинг учун, E^B тўпламни $\overrightarrow{O^B O^A}$ вектор бўйлаб параллел кўчирамиз. Натижада хосил бўлган $\tilde{E}^B$ эллипс тенгламаси

$$\frac{\left(2\left(x\cos\eta+y\sin\eta\right)-\alpha_1^1-\alpha_2^1\right)^2}{4\left(a^B\right)^2}+\frac{\left(2\left(-x\sin\eta+y\cos\eta\right)-\alpha_1^2-\alpha_2^2\right)^2}{4\left(a^B\right)^2-\left(\beta_2^1-\beta_1^1\right)^2-\left(\beta_2^2-\beta_1^2\right)^2}=1 \qquad (7)$$

кўринишда бўлиб қолади.

Теорема 1. Евклид текислигида фокуслари ва катта ўқи орқали берилган иккита E^A ва E^B эллипслар $E^A \overset{*}{-} E^B$ Минковский айирмаси бўш бўлишлиги

$$\begin{cases}\dfrac{\left(2\left(x\cos\eta+y\sin\eta\right)-\alpha_1^1-\alpha_2^1\right)^2}{4\left(a^B\right)^2}+\dfrac{\left(2\left(-x\sin\eta+y\cos\eta\right)-\alpha_1^2-\alpha_2^2\right)^2}{4\left(a^B\right)^2-\left(\beta_2^1-\beta_1^1\right)^2-\left(\beta_2^2-\beta_1^2\right)^2}=1;\\[2ex] \dfrac{\left(2\left(x\cos\mu+y\sin\mu\right)-\alpha_1^1-\alpha_2^1\right)^2}{4\left(a^A\right)^2}+\dfrac{\left(2\left(-x\sin\mu+y\cos\mu\right)-\alpha_1^2-\alpha_2^2\right)^2}{4\left(a^A\right)^2-\left(\alpha_2^1-\alpha_1^1\right)^2-\left(\alpha_2^2-\alpha_1^2\right)^2}=1;\end{cases} \qquad (8)$$

система 4 та ҳақиқий ечимга ега бўлиши зарур ва етарли. Қолган ҳолларда $E^A \overset{*}{-} E^B$ Минковский айирмаси бўш бўлмайди. Бу ерда $a^A \geq a^B$.

Исбот. Бу теоремани исбот қилишда биз (8) системани тахлил қилишимиз керак. (8) системани соддароқ ёзиш учун баъзи белгилашларни киритамиз:

$$2b^A = \sqrt{4\left(a^A\right)^2 - \left(\alpha_2^1 - \alpha_1^1\right)^2 - \left(\alpha_2^2 - \alpha_1^2\right)^2}, \tag{9}$$

$$2b^B = \sqrt{4\left(a^B\right)^2 - \left(\beta_2^1 - \beta_1^1\right)^2 - \left(\beta_2^2 - \beta_1^2\right)^2}, \tag{10}$$

(9) ва (10) ифодалар мос равишда E^A ва E^B эллипсларнинг кичик ўқлари узунликларидир. Бу белгилашлардан кейин (8) системани

$$\begin{cases} \dfrac{\left(2\left(x\cos\eta + y\sin\eta\right) - \alpha_1^1 - \alpha_2^1\right)^2}{4\left(a^B\right)^2} + \dfrac{\left(2\left(-x\sin\eta + y\cos\eta\right) - \alpha_1^2 - \alpha_2^2\right)^2}{4\left(b^B\right)^2} = 1; \\ \dfrac{\left(2\left(x\cos\mu + y\sin\mu\right) - \alpha_1^1 - \alpha_2^1\right)^2}{4\left(a^A\right)^2} + \dfrac{\left(2\left(-x\sin\mu + y\cos\mu\right) - \alpha_1^2 - \alpha_2^2\right)^2}{4\left(b^A\right)^2} = 1; \end{cases} \tag{11}$$

кўринишда ёзиб оламиз. $E^A \overset{*}{-} E^B$ айирмани ҳисоблашда E^B тўпламни $\overrightarrow{O^BO^A}$ вектор бўйлаб параллел кўчирамиз натижада маркази O^A нуқтада бўлган E^B эллипсга ўхшаш $\tilde{E}^B$ эллипс ҳосил бўлади. Бунда қуйидаги ҳоллар бўлиши мумкин:

1) Биринчи ҳолда $\overrightarrow{F_1^AF_2^A}$ ва $\overrightarrow{F_1^BF_2^B}$ векторлар ўзаро параллел бўлади. E^B тўпламни $\overrightarrow{O^BO^A}$ вектор бўйлаб параллел кўчирганимизда $\tilde{E}^B$ ва E^A эллипсларнинг мос ўқлари устма-уст тушади ва $\mu = \eta$ бажарилади. Бундай ҳолатда (11) система чексиз кўп ҳақиқий ечимга, фақат 2 та ечимга эга бўлиши ёки умуман ечимга эга бўлмаслиги мумкин. Агар $a^A = a^B$ бўлиб, $\left|F_1^AF_2^A\right| = \left|F_1^BF_2^B\right|$ тенглик ўринли бўлса, у ҳолда (11) системанинг иккала тенгламаси ҳам бир хил бўлиб қолади. Бу дегани система чексиз кўп ечимга эга, яъни $\tilde{E}^B$ ва E^A эллипслар устма-уст тушиб қолади. Бу эса $E^A \overset{*}{-} E^B \neq \varnothing$ эканлигини англатади.

Агар $a^A = a^B$ бўлиб, $\left|F_1^AF_2^A\right| < \left|F_1^BF_2^B\right|$ муносабат бажарилса, (11) системанинг биринчи тенгламасидан иккинчи тенгламасини айириб қуйидагича соддалаштирамиз:

$$\frac{\left(2\left(-x\sin\eta + y\cos\eta\right) - \alpha_1^2 - \alpha_2^2\right)^2}{4\left(b^B\right)^2} - \frac{\left(2\left(-x\sin\mu + y\cos\mu\right) - \alpha_1^2 - \alpha_2^2\right)^2}{4\left(b^B\right)^2} = 0. \tag{12}$$

Бунда биринчи ва иккинчи тенгламаларнинг биринчи ҳадлари бир хил бўлиб қолганлиги учун қисқариб кетди. $\mu=\eta$ бўлгани учун (12) тенгламани

$$\left(2\left(-x\sin\eta+y\cos\eta\right)-\alpha_1^2-\alpha_2^2\right)^2\left(\frac{1}{4\left(b^B\right)^2}-\frac{1}{4\left(b^A\right)^2}\right)=0, \tag{13}$$

кўринишда ёза оламиз. $\left|F_1^AF_2^A\right|<\left|F_1^BF_2^B\right|$ бўлганлиги учун (13) тенгламанинг иккинчи кўпайтувчиси нўлдан фарқли бўлади, шу боисдан (13) тенглама

$$-x\sin\eta+y\cos\eta=\frac{\alpha_1^2+\alpha_2^2}{2}, \tag{14}$$

тенглама билан тенг кучли.(14) ифодани (11) системага қўйиб

$$\begin{aligned} x\cos\eta+y\sin\eta&=a^B+\frac{\alpha_1^1+\alpha_2^1}{2},\\ x\cos\eta+y\sin\eta&=-a^B+\frac{\alpha_1^1+\alpha_2^1}{2}\end{aligned} \tag{15}$$

тенгламалани ҳосил қиламиз. Демак, (11) системанинг ечимларини топиш масаласи

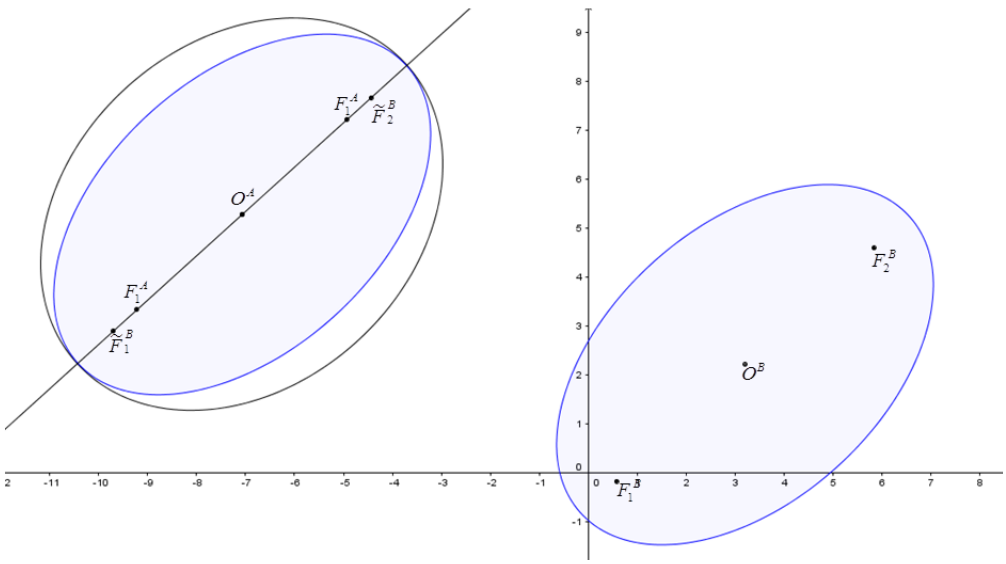
$$\begin{cases}-x\sin\eta+y\cos\eta=\dfrac{\alpha_1^2+\alpha_2^2}{2};\\ x\cos\eta+y\sin\eta=a^B+\dfrac{\alpha_1^1+\alpha_2^1}{2};\end{cases} \tag{16}$$

$$\begin{cases}-x\sin\eta+y\cos\eta=\dfrac{\alpha_1^2+\alpha_2^2}{2};\\ x\cos\eta+y\sin\eta=-a^B+\dfrac{\alpha_1^1+\alpha_2^1}{2};\end{cases} \tag{17}$$

системаларни ечишга келиб қолади. (16) ва (17) системалар икки ноъмалумли биринчи даражали тенгламалар системаси ва унинг асосий детерминанти

$$D=\begin{vmatrix}-\sin\eta & \cos\eta\\ \cos\eta & \sin\eta\end{vmatrix}=-\sin^2\eta-\cos^2\eta=-1\neq 0 \tag{18}$$

бўлганлиги учун ҳар бир система биттадан ечимга эга. Бундан эса (11) система иккита ечимга эга эканлиги келиб чиқади. Демак, $\tilde{E}^B$ ва E^A эллипсларнинг иккита умумий нуқтаси бор экан. $\overrightarrow{F_1^A F_2^A} \parallel \overrightarrow{F_1^B F_2^B}$ ва $a^A = a^B$ бўлганлиги сабабли бу эллипсларнинг умумий нуқтаси катта ўқларидаги учлари бўлади. $\left|F_1^A F_2^A\right| < \left|F_1^B F_2^B\right|$ бўлгани учун эса $\tilde{E}^B$ эллипс, E^A эллипснинг ичида жойлашиб қолади(1-расм). Бу $E^A \overset{*}{-} E^B \neq \varnothing$ эканлигини англатади.



1-расм

Агар $a^A = a^B$ бўлиб, $\left|F_1^A F_2^A\right| < \left|F_1^B F_2^B\right|$ муносабат бажарилса, (2) муносабат бажарилмай қолади ва $E^A \overset{*}{-} E^B$ айирма бўш тўпламдан иборат бўлади.

Агар $a^A > a^B$ бўлиб, $\left(a^A\right)^2 - \left|F_1^A F_2^A\right|^2 = \left(a^B\right)^2 - \left|F_1^B F_2^B\right|^2$ муносабат бажарилса, (11) системадаги ҳар иккала тенгламаларнинг иккинчи қўшилувчилари бир ҳил бўлиб қолади ва

$$\frac{\left(2\left(x\cos\eta + y\sin\eta\right) - \alpha_1^1 - \alpha_2^1\right)^2}{4\left(a^B\right)^2} - \frac{\left(2\left(x\cos\eta + y\sin\eta\right) - \alpha_1^1 - \alpha_2^1\right)^2}{4\left(a^A\right)^2} = 0, \quad (19)$$

тенглик ўринли бўлади. $a^A > a^B$ бўлгани учун (19) тенглама

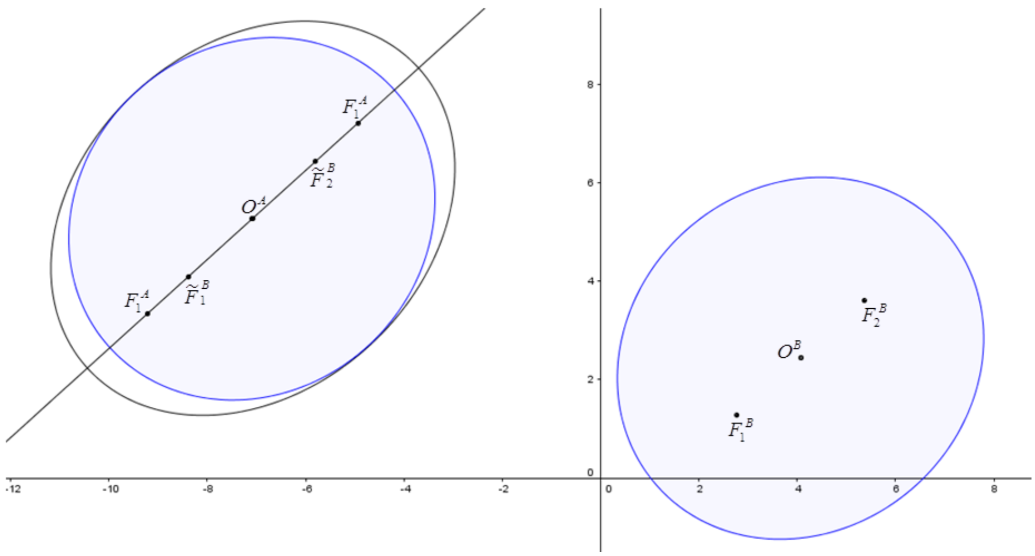
$$x\cos\mu + y\sin\mu = \frac{\alpha_1^1 - \alpha_2^1}{2}, \quad (20)$$

тенгламага тенг кучли. (20) тенгликни (11) системага қўйиб

$$\begin{cases} -x\sin\eta + y\cos\eta = b^B + \dfrac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2}; \\ x\cos\eta + y\sin\eta = \dfrac{\alpha_1^1 - \alpha_2^1}{2}; \end{cases} \tag{21}$$

$$\begin{cases} -x\sin\eta + y\cos\eta = -b^B + \dfrac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2}; \\ x\cos\eta + y\sin\eta = \dfrac{\alpha_1^1 - \alpha_2^1}{2}; \end{cases} \tag{22}$$

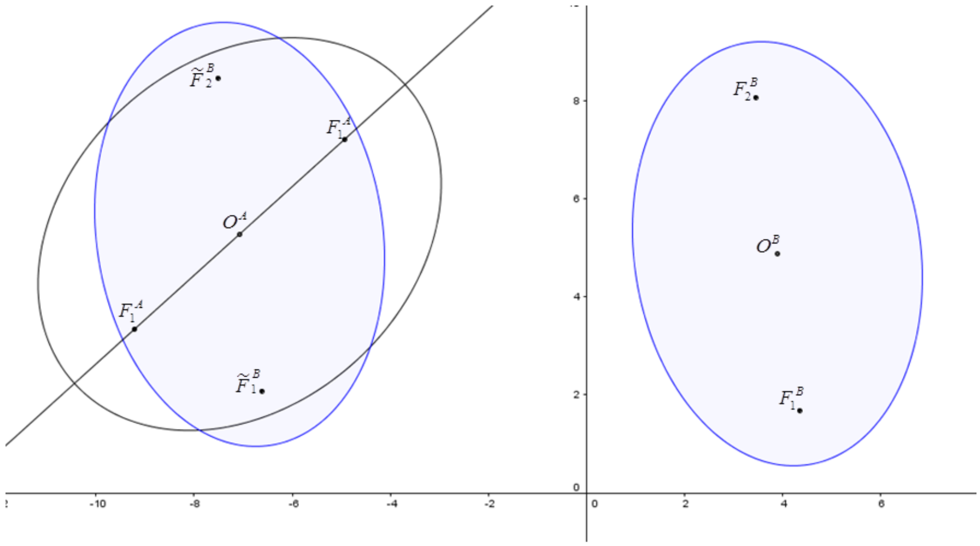
систесаларни ҳосил қиламиз. Демак, бу вазиятда (11) системани ечиш (22) ва (21)системаларни ечишга келиб қолар экан. Бу системалар учун ҳам (18) муносабат ўринли бўлгани учун, улар ягона ечимга эга ва шунинг учун (11) система иккита ечимга эга. Бу ҳол учун эллипсларнинг жойлашуви 2-расмдагидек бўлиб, уларнинг умумий нуқтаси кичик ўқлари учларидан иборат бўлади;



2-расм

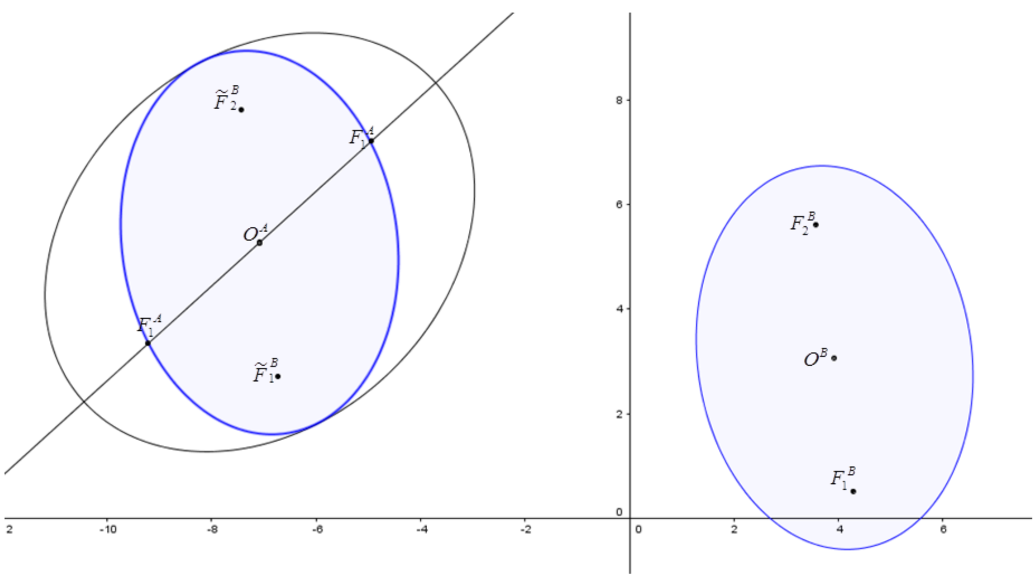
2) Бу ҳолда $\overrightarrow{F_1^A F_2^A}$ ва $\overrightarrow{F_1^B F_2^B}$ векторлар ўзаро параллел бўлмайди. E^B тўпламни $\overrightarrow{O^B O^A}$ вектор бўйлаб параллел кўчирганимизда $\tilde{E}^B$ ва E^A эллипсларнинг мос ўқлари устма-уст тушмайди ва $\mu \neq \eta$ бўлади. Бу ҳолда (11) система ёки 2 та турли ҳақиқий илдизга, ёки 4 та турли ҳақиқий илдизга эга бўлади, ёки умуман илдизга эга бўлмайди. Бу вазиятда (11) система чексиз кўп илдизга эга бўлиши мумкин эмас.

(11) система тўртта ҳақиқий ечимга эга бўлди дегани $\tilde{E}^B$ ва E^A эллипслар тўртта нуқтада кесишишини билдиради. Бунда эллипсларнинг вазияти 3-расмдаги каби бўлади ва $E^A \overset{*}{-} E^B$ айирма бўш тўпламдан иборат бўлишини кўриш мумкин.



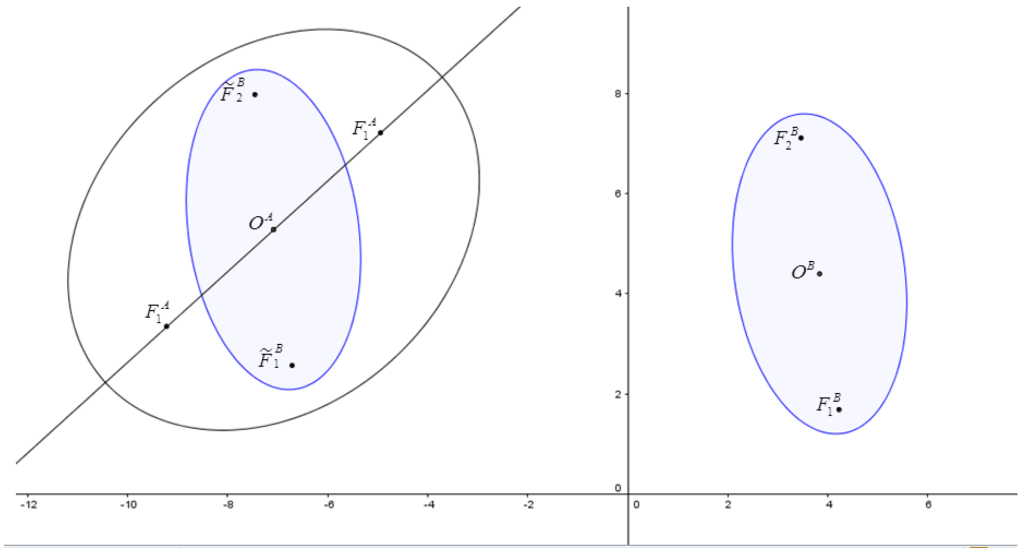
3-расм

(11) система иккита турли ҳақиқий ечимга эга бўлди дегани $\tilde{E}^B$ ва E^A эллипслар икки нуқтада уринишини билдиради. Бунда (1) ва (2) шартлар ўринли бўлгани учун эллипсларнинг вазияти 4-расмдаги каби бўлади ва $E^A \overset{*}{-} E^B$ айирма бўш бўлмайди.



4-расм

(11) система ечимга эга бўлмади дегани $\tilde{E}^B$ва E^A эллипсларнинг умумий нуқтаси мавжуд эмаслигини билдиради. Бунда (1) ва (2) шартлар ўринли бўлгани учун эллипсларнинг вазияти 5-расмдаги каби бўлади ва $E^A \overset{*}{-} E^B$ айирма бўш бўлмайди. Теорема тўлиқ исботланди.



5-расм

(1) ,(2) шартлар ва юқоридаги теорема текислиеда фокуслари ва катта ўқи орқали берилган эллипсларнинг Минковский айирмаси бўш ёки бўш эмаслигини аниқлай олади, лекин айирма натижасида ҳосил бўлган тўпламни топиш имконини бермайди.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. L.S.Pontryagin, On Linear Differential Games I. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 174(6)(1967) 1278-1280.
2. L.S.Pontryagin, On Linear Differential Games II. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 175(4)(1967) 764-766.
3. M.Mamatov, J.Nuritdinov, Some Properties of the Sum and Geometric Differences of Minkowski. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 8 (2020) 2241-2255.
4. G. E.Ivanov, Weakly Convex Sets and Their Properties. *Math. Notes*, 79(1)(2006) 55-78.
5. S.Tomiczkova, Area of the Minkowski sum of two convex sets. *Proceedings of Conference on geometry and computer graphics*, Janov nad Nisou 2005.
6. Y.Martinez-Maure, Geometric Study of Minkowski Differences of Plane Convex Bodies. *Canad. J. Math*. 58 (3) (2006) 600-624.
7. J.T.Nuritdinov. On the minkowski difference of lines and planes // *Modern problems of applied mathematics and information technologies*. Al-Khwarizmi 15-17 November, 2021, Fergana, Uzbekistan. pp 252.