



DIFFERENSIAL TENGLAMALAR TARIXI

T.E.Azimova

Qo'qon Universiteti o'qituvchisi

azimovatomyibaxon@gmail.com

MAQOLA HAQIDA

Qabul qilindi: 24-mart 2025-yil

Tasdiqlandi: 26-mart 2025-yil

Jurnal soni: 14

Maqola raqami: 62

DOI: <https://doi.org/10.54613/ku.v14i.1179>

KALIT SO'ZLAR/ КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА/

KEYWORDS

differentiallashtirish, tadqiqot, matematik tahlil, modellashtirish, matematik-fizika, dinamik tizimlar, fizik jarayonlar.

ANNOTATION / ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada differensial tenglamalarning matematik tahlilning asosiy sohasi sifatida rivojlanish tarixi yoritilgan. Unda XVII asrda Isaak Nyuton va Gotfrid Leybnitsning ishlanmalari asosida paydo bo'lgan differensial tenglamalar qanday qilib XVIII va XIX asrlarda Leonard Eyler, Karl Gustav Yakobi, va Fransua Jozef Furiye kabi matematiklarning tadqiqotlari bilan yanada rivojlanganligi haqida so'z boradi. Matematik-fizika sohasidagi Maksvell, Navier-Stokes, va Shryodinger tenglamalari bilan bog'liq qo'llanmalarga alohida e'tibor qaratilgan. XX asrda differensial tenglamalarning chiziqli bo'lmagan shakllari va kompyuter yordamida yechim usullarining rivojlanishi ularning fizik, biologik va iqtisodiy jarayonlarda qo'llanilishini kengaytirdi. Maqola differensial tenglamalarning fan va texnologiyadagi hozirgi va kelajakdagi o'rnini ta'kidlab, bu sohaning ahamiyatini ochib beradi.

Kirish. Differensial tenglamalar nazariyasiga bunday e'tibor tasodifiy emas, chunki turli tipdagi differensial tenglamalar matematik fizika, kimyo va boshqa sohalarining turli muhim muammolarida qo'llanilishi topilgan. Xususan, ular neft qatlamlari holatini o'rganishni matematik modellashtirishda, yer osti suvlarini filtrlashda, murakkab tuzilishga ega bo'lgan ob'ektda issiqlik va massani uzatishda, simlardagi elektr tebranishlarda, g'ovak muhit bilan o'ralgan kanalda suyuqlik harakatida, tebranish jarayonlarida, issiqlik o'tkazuvchanlikda, diffuziya, filtratsiya va boshqa hodisalarda katta ahamiyatga ega.

Differensial tenglamalar tushunchasi birinchi bor XVII asrda, differensial hisobning paydo bo'lishi bilan birga yuzaga kelgan. Ular Nyuton va Leybnits kabi buyuk olimlarning ishlari orqali shakllanib, keyinchalik Eyler, Lagranj, Laplas, Puasson kabi matematiklar tomonidan chuqur o'rganilgan va rivojlantirilgan.

Ushbu maqolada differensial tenglamalarning tarixiy ildizlari, ularning shakllanishi va taraqqiyot bosqichlari, shuningdek, ularni rivojlantirishga hissa qo'shgan mashhur matematiklar faoliyati haqida so'z yuritiladi.

Adabiyotlar tahlili. Differensial tenglamalarning rivojlanish tarixi bo'yicha tadqiqotlar ko'plab tarixiy va zamonaviy manbalarga tayanadi. Isaak Nyuton va Gotfrid Leybnitsning XVII asrda yozilgan ishlarida differensial tenglamalarning asosiy tamoyillari keltirilgan. Nyutonning mexanika bo'yicha ishlari va Leybnitsning differentsiallashtirish hamda integrallashtirish usullari bu sohaga poydevor bo'ldi. Ularning ishlarini tahlil qilish orqali ushbu tenglamalarning dastlabki qo'llanilish sohalarini o'rganilgan.

Leonard Eylerning ishlari: XVIII asrda Eyler tomonidan yozilgan ilmiy maqolalar differensial tenglamalarning nazariy asoslarini kengaytirgan. Uning qalamiga mansub "Differensial tenglamalar nazariyasi" asari oddiy va qisman differensial tenglamalarni o'rganishdagi muhim qadam bo'ldi.

Fizika va matematik-fizika adabiyoti: XIX asrda Fransua Jozef Furiye va Karl Gustav Yakobi kabi matematiklarning ilmiy ishlari issiqlik tarqalishi, elektromagnit to'lqinlar va dinamik tizimlar kabi jarayonlarni tushuntirishda differensial tenglamalarning rolini chuqurlashtirdi. Furiye qatorlari va transformatsiyalari haqida ma'lumot beruvchi manbalar ushbu nazariyaning amaliy ahamiyatini ochib beradi.

Zamonaviy adabiyotlar: XX va XXI asrlarda chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalar, xaos nazariyasi va kompyuter texnologiyalaridan foydalanish bo'yicha chop etilgan kitoblardan maqolalar bu sohani keng qamrab oladi. MATLAB va Mathematica kabi dasturlardan foydalanish bo'yicha qo'llanmalar differensial tenglamalarni zamonaviy texnologiyalarda qo'llash imkoniyatlarini yoritadi.

Ilmiy tadqiqot jurnallari: "Mathematical Reviews", "Physics Reports" kabi ilmiy jurnallarda chop etilgan maqolalar differensial tenglamalarning zamonaviy nazariyasi va ilovalari bo'yicha eng so'nggi ma'lumotlarni beradi.

Adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, differensial tenglamalarning rivojlanishi tarixiy, nazariy va amaliy jihatdan uzviy bog'langan. Bu sohaga oid tadqiqotlar matematik tahlilning boshqa sohalar bilan chambarchas aloqador bo'lib, ularning ilm-fanga qo'shgan hissasi ulkan ahamiyatga ega.

Differensial tenglamalar matematik tahlilning muhim sohasi bo'lib, ularning rivojlanishi fan va texnologiyalarning rivojlanishi bilan chambarchas bog'liqdir. Ushbu maqolada differensial tenglamalarning paydo bo'lishi, rivojlanish bosqichlari va hozirgi kundagi ahamiyati haqida so'z bormoqda.

Tadqiqot metodologiyasi. Ushbu maqolada differensial tenglamalar rivojlanishining tarixiy jarayoni bosqichma-bosqich tahlil qilindi. Tadqiqot metodologiyasi quyidagi yondashuvlarni o'z ichiga oladi:

Tarixiy va nazariy manbalarni o'rganish: Differensial tenglamalar rivojiga hissa qo'shgan asosiy matematiklarning ishlari, jumladan, Isaak Nyuton, Gotfrid Leybnits, Leonard Eyler, Karl Gustav Yakobi, Fransua Jozef Furiye kabi olimlarning ilmiy meroslari o'rganildi.

Ilmiy-texnik tahlil: Differensial tenglamalarning fizik jarayonlarni modellashtirishdagi qo'llanilishi, jumladan, Maxwell tenglamalari: Elektr va magnit maydonlarining o'zaro ta'sirini tavsiflaydi. Ushbu tenglamalar elektromagnit to'lqinlar va ularning tarqalishini modellashtirishda ishlatiladi, Navier-Stokes tenglamalari: Suyuq va gazli muhitlardagi oqimlarni ifodalovchi tenglamalar bo'lib, ularning harakatini, qattiq jismlarga ta'sirini va harorat o'zgarishlarini o'rganish uchun qo'llaniladi, Schrodinger tenglamasi: Kvant mexikanisi doirasida zarrachalarning harakatini va ularning holat funksiyalarini aniqlash uchun ishlatiladi. Bu tenglama zarrachalarning energiya darajalarini va ularning vaqt o'tishi bilan qanday o'zgarishini modellashtiradi.

Rivojlanish dinamikasi: Tarixiy bosqichlar bo'yicha differensial tenglamalar nazariyasining kengayishi, XX asrda chiziqli bo'lmagan sistemalar va kompyuter yordamida yechim usullarining rivojlanishi, shuningdek, zamonaviy texnologiyalardagi ilovalari tahlil qilindi.

Amaliy qo'llanilishga e'tibor qaratish: Matematik-fizika, iqtisodiyot, biologiya va boshqa fanlardagi differensial tenglamalarning ahamiyati va ular yordamida hal etilgan muammolar tahlil qilindi.

Ushbu metodologiya maqola mazmunini tizimli va izchil ravishda yoritishga imkon beradi.

Tadqiqot natijalari. Differensial tenglamalar tushunchasi XVII asrda, matematik tahlilning rivojlanishi bilan bir vaqtda yuzaga keldi. Ushbu soha asoschilari orasida Isaak Nyuton va Gotfrid Leybnitsning ismlari alohida o'rinni egallaydi. Nyuton va Leybnits bir-biridan mustaqil ravishda differentsiallashtirish va integrallashtirish kashf etdilar, bu esa differensial tenglamalarni yaratish uchun asos bo'lib xizmat qildi. Nyuton o'zining mexanika bo'yicha ishlanmalarida differensial

tenglamalarni qo'lladi va ularni fizik hodisalarni modellashirish uchun ishlatdi.¹

Differensial tenglamalar noma'lum funksiyalar, ularning turli tartibli hosilalari va erkli o'zgaruvchilar ishtirok etgan tenglamalardir. Differensial tenglama nazariyasi 17 – asr oxirida differensial va integral hisobning paydo bo'lishi bilan bir vaqtda rivojlana boshlagan. Differensial tenglama matematikada, ayniqsa, uning tatbiklarida juda katta ahamiyatga ega. Fizika, mexanika, iqtisodiyot, texnika va boshqa sohalarining turli masalalarini tekshirish differensial tenglamani yechishga olib keladi. Xususiy hosilali differensial tenglama, bu tenglamalarning oddiy differensial tenglamadan farqli muhim xususiyati shundan iboratki, ularning barcha yechimlari to'plami, ya'ni "umumiy yechimi" ixtiyoriy o'zgaruvchilarga emas, balki ixtiyoriy funksiyalarga bog'liq bo'ladi. Umuman, bu ixtiyoriy funksiyalarning soni differensial tenglamaning tartibiga teng. Ularning erkli o'zgaruvchilari soni esa izlanayotgan yechim o'zgaruvchilari sonidan bitta kam bo'ladi. Bir noma'lumli 1 – tartibli xususiy hosilali differensial tenglamani yechish oddiy differensial tenglama sistemasini yechishga olib keladi.

Tartibi birdan yuqori bo'lgan xususiy hosilali differensial tenglama nazariyasida Koshi masalasi bilan bir qatorda turli chegaraviy masalalar tekshiriladi. Differensial tenglama bitta o'zgaruvchi(argument)ga bog'liq bo'lsa oddiy differensial tenglama deb ataladi. Bir nechta o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi. Differensial tenglamaning tartibi tenglamadagi hosilaning eng yuqori tartibiga teng. Differensial tenglamaning darajasi - tenglamadagi eng yuqori tartibli hosila ko'tarilgan eng yuqori daraja.

n tartibli differensial tenglamaning yechimi ma'lum oraliqda n-tartibga qadar hosilalariga ega bo'lgan funksiya bo'lib, uni tenglamaga almashtirish uni bir xillikka aylantiradi. Agar tenglama yechimga ega bo'lsa, u holda bitta emas, balki cheksiz to'plam; yechim faqat argumentga emas, balki bir yoki bir nechta ixtiyoriy konstantalar yoki funksiyalarga ham bog'liq bo'lishi mumkin.

Agar tenglamaning yechimi noma'lum funksiya ko'rinishida olingan bo'lsa, u tenglamaning integrali deb ataladi. Differensial tenglamaga olib keladigan aniq masalani yechishda funksiya qo'yiladigan qo'shimcha shartlar boshlang'ich shartlar yoki chegaraviy shartlar deyiladi.

Bunda yechim yagona bo'lishi mumkin. Ixtiyoriy konstantalarga bog'liq bo'lgan, soni tenglama tartibiga teng bo'lgan va yagona yechimga ega bo'ladigan har qanday boshlang'ich va chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechim tenglamaning umumiy yechim deyiladi.

Differensial tenglamaning xususiy yechimi - bu ixtiyoriy konstantalarning ma'lum qiymatlari uchun umumiydan olinishi mumkin bo'lgan har qanday yechim. Boshlang'ich yechimga kiritilgan ixtiyoriy konstantalar boshlang'ich yoki chegara shartlaridan aniqlanadi. Differensial tenglamalarni Nyuton (1642-1727) kashf qilgan. Nyuton differensial tenglamalarni muhim deb hisoblagan va uni anagramma shaklida kodlagan. Uning ma'nosini zamonaviy tilda erkin tarzda quyidagicha ifodalash mumkin: "tabiat qonunlari differensial tenglamalar bilan ifodalanadi". Nyutonning asosiy analitik yutug'i barcha turdagi funksiyalarni darajali qatorlarga kengaytirish edi (Nyutonning ikkinchi, uzun anagrammasining ma'nosi shundan iboratki, har qanday tenglamani yechish uchun qatorni tenglamaga almashtirish va bir xil darajadagi hadlarni tenglashtirish kerak). Buyerda Nyutonning u tomonidan kashf etilgan binomial formulasi alohida ahamiyatga ega edi (albatta, nafaqat butun ko'rsatkichlar bilan, ular uchun, masalan, Viyet (1540-1603) formulani bilgan, balki, ayniqsa muhim bo'lgan, kasr va manfiy ko'rsatkichlar bilan ham). Nyuton barcha asosiy elementar funksiyalarni (ratsional, radikal, trigonometrik, ko'rsatkich va logarifm) "Teylor qatoriga" ajratdi. Bu uning antiderivativlar jadvali bilan birgalikda (zamonaviy tahlil darsliklariga deyarli o'zgaruvchilarga) unga, o'z so'zlari bilan aytganda, har qanday raqamlarning maydonlarini "yarim chorak soat ichida" solishtirish imkonini berdi.

Nyuton uning qator koeffitsientlari funksiyaning ketma-ket hosilalari bilan mutanosib ekanligini ta'kidladi, lekin bu haqda batafsil to'xtalmadi, chunki u tahlilda barcha hisob-kitoblarni ko'p sonli raqamlar yordamida emas, balki qulayroq deb hisoblagan. Nyuton uchun ketma-ketlik koeffitsientlari va hosilalar o'rtasidagi bog'liqlik qator tuzish vositasidan ko'ra hosilalarni hisoblash vositasi edi. Nyutonning eng muhim yutuqlaridan biri "Tabiiy falsafaning matematik asoslari"da ("Principia") matematik tahlil yordamisiz bayon etilgan Quyosh tizimi haqidagi nazariyasidir. Umuman olganda, Nyuton o'zining tahlili yordamida butun dunyo tortishish qonunini kashf etgan deb ishoniladi. Darhaqiqat, Nyuton (1680) faqat teskari kvadrat qonuni bo'yicha tortishish sohasidagi orbitalarning elliptikligini isbotladi: bu qonunning o'zi Nyutonga Guk (1635-1703) tomonidan ko'rsatilgan va, ehtimol, bir qancha boshqa olimlar tomonidan taxmin qilingan.

Differensial tenglamalar bo'yicha 18-asrning juda ko'p asarlaridan Eyler (1707-1783) va Lagrange (1736-1813) asarlari ajralib turadi. Bu ishlarda, birinchi navbatda, kichik tebranishlar nazariyasi, natijada, differensial tenglamalarning chiziqli tizimlari nazariyasi ishlab chiqilgan; Bu yo'lda chiziqli algebraning asosiy tushunchalari (n o'lchovli fazodagi o'z qiymatlari va vektorlari) paydo bo'ldi.

Chiziqli operatorning xarakterli tenglamasi uzoq vaqtdan beri dunyoviy deb ataladi, chunki aynan shunday tenglamadan sayyora orbitalarining dunyoviy (yoshga bog'liq, ya'ni yillik harakatga nisbatan sekin) buzilishlari Lagrangenin kichik tebranishlar nazariyasiga ko'ra aniqlanadi. Nyutondan keyin Laplas va Lagranj, keyinroq Gauss (1777-1855) ham tebranish nazariyasi usullarini ishlab chiqdi.

Radikallarda algebraik tenglamalarning yechilmasligi isbotlanganda, Liuvil (1809-1882) differensial tenglamalar uchun xuddi shunday nazariyani yaratib, bir qator tenglamalarni (xususan, ikkinchi darajali chiziqli tenglamalar kabi klassik tenglamalarni) elementar tenglamalarda yechish mumkin emasligini aniqladi. Keyinchalik Sof Li (1842-1899), kvadraturadagi tenglamalarni integrallash masalasini tahlil qilib, diffeomorfizmlar guruhlarini (keyinchalik Lie guruhlari deb ataladi) batafsil o'rganish zarurati tug'ildi - bu zamonaviy matematikaning eng samarali yo'nalishlaridan biri. Differensial tenglamalar nazariyasida paydo bo'lgan, ularning keyingi rivojlanishi butunlay boshqa savollar bilan chambarchas bog'liq edi (Li algebrasini Puasson (1781-1840) va ayniqsa Karl Gustav Jeykob Yakobi (1804-1851) ilgari ko'rib chiqqan).

XVIII asrda differensial tenglamalar matematik nazariyaning mustaqil sohasi sifatida shakllandi. Leonard Eyler bu sohada katta hissa qo'shdi. U oddiy va qisman differensial tenglamalar uchun bir qancha umumiy yechim usullarini ishlab chiqdi. Shuningdek, Eyler differensial tenglamalarni geometriya, mexanika va fizikaga tadbiiq etishda yangi yondashuvlarni joriy etdi.

XIX asrda differensial tenglamalar nazariyasi yanada rivojlandi va u matematik analizning asosiy yo'nalishlaridan biriga aylandi. Karl Gustav Yakobi va Sofi Jermen kabi matematiklar qisman differensial tenglamalar nazariyasiga sezilarli hissa qo'shdilar. Bu davrda dinamik tizimlar va fizik jarayonlarni modellashirish uchun differensial tenglamalar keng qo'llanila boshlandi. Shuningdek, Fransua Jozef Furiye o'zining issiqlik tarqalishi nazariyasida differensial tenglamalarni qo'llab, Furiye qatorlari va Furiye transformatsiyasi kabi kuchli vositalarni ishlab chiqdi. Ushbu yondashuvlar nafaqat matematikada, balki muhandislik va fizikada ham keng qo'llanildi.

Matematik-fizika va differensial tenglamalar. Matematik-fizika sohasida differensial tenglamalar alohida o'rin tutadi. Ular ko'plab fizik jarayonlarni, jumladan, issiqlik o'tkazuvchanlik, elektromagnit to'liqlar, suyuqliklar harakati va kvant mexanikasini modellashirish uchun ishlatiladi. Misol sifatida, Maksvell tenglamalari elektromagnit maydonlarni tavsiflash uchun qisman differensial tenglamalar tizimini taqdim etadi. Shuningdek, Navier-Stokes tenglamalari suyuqlik va gazlarning harakatini matematik modellashirishda ishlatiladi.²

Bundan tashqari, kvant mexanikasida Shryodinger tenglamasi kvant tizimlarining dinamikasini ifodalashda asosiy rol o'ynaydi. Ushbu

¹ The History Of Differential Forms From Clairaut To Poincare By Victor J. Katz University Of The District Of Columbia Washington, D.C. 2020

² Tom Archibald, Craig Fraser, Ivor Grattan-Guinness. The History of Differential Equations, 1670-1950. 30 September 2005

tenglamalar matematik-fizikaning asosiy tamoyillarini aniqlashda yordam beradi va ko'plab ilmiy izlanishlarga turtki bo'ldi.

XX va XXI asr: Ilovalar va kompyuter hisoblari. XX asrda differensial tenglamalarning ilovalari keskin kengaydi. Chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalar, xaos nazariyasi va matematik modellashirish sohalarida muhim yutuqlarga erishildi. Shu davrda matematiklar faqat aniq yechimlarni izlash bilan cheklanmay, balki qiyosiy yechim usullarini ishlab chiqdilar.³

Kompyuter texnologiyalarining rivojlanishi differensial tenglamalar nazariyasida yangi bosqichni boshlab berdi. Endi murakkab va katta hajmli hisoblashlarni amalga oshirish imkoniyati paydo bo'ldi. MATLAB, Mathematica, Maple kabi dasturlar differensial tenglamalarni modellashirish va yechishda keng foydalaniladi.

Hozirgi kundagi ahamiyati. Hozirda differensial tenglamalar fizika, kimyo, biologiya, iqtisodiyot va muhandislik kabi ko'plab fanlarda qo'llanilmoqda. Ular atmosferadagi o'zgarishlarni modellashirishdan tortib, iqtisodiy tizimlar barqarorligini tahlil qilishgacha bo'lgan keng ko'lamli masalalarni yechishda ishlatiladi.

Differensial tenglamalar nafaqat matematik bilimlarni chuqurlashtirishga, balki yangi texnologiyalarni yaratishga ham asos bo'lib xizmat qiladi. Masalan, zamonaviy sun'iy intellekt va mashinani o'rganish algoritmlarida differensial tenglamalardan foydalaniladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. George F. Simmons DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH APPLICATIONS AND HISTORICAL NOTES Third Edition by Taylor & Francis Group, LLC. 2017
2. Krishnachandran Vengallur. DIFFERENTIAL EQUATIONS: A HISTORICAL REFRESHER. Vidya Academy of Science & Technology December 2020
3. Tom Archibald, Craig Fraser, Ivor Grattan-Guinness. The History of Differential Equations, 1670–1950. 30 September 2005
4. THE HISTORY OF DIFFERENTIAL FORMS FROM CLAIRAUT TO POINCARÉ BY VICTOR J. KATZ UNIVERSITY OF THE DISTRICT OF COLUMBIA WASHINGTON, D.C. 2020

Xulosa va takliflar. Differensial tenglamalar rivojlanish tarixi matematik tahlil va ilmiy izlanishlarning o'zaro aloqadorligini ko'rsatadi. Bu soha nafaqat matematik nazariya sifatida, balki amaliy masalalarni hal qilish vositasi sifatida ham o'zining ahamiyatini saqlab qolmoqda. Differensial tenglamalar kelajakda ham fan va texnologiyalarning rivojlanishida muhim rol o'ynashi shubhasiz. Ushbu mavzu, matematikaning dastlabki davrlaridan tortib, zamonaviy ilmiy yutuqlargacha bo'lgan davrlarni o'z ichiga oladi.

Differensial tenglamalarning asosiy g'oyalari Nyuton va Leybnits tomonidan integral va differensial hisobni yaratish bilan boshlangan. Keyinchalik Eyler, Lagrange, Laplas kabi olimlar ushbu sohani rivojlantirib, uning nazariy asoslarini ishlab chiqdilar va ko'plab amaliy masalalarga tatbiq etdilar.

Zamonaviy differensial tenglamalar nazariyasi va ularning amaliy qo'llanilishi yangi ilmiy tadqiqotlar va texnologiyalarning rivojlanishiga turtki bo'ldi. Ushbu soha fizika, kimyo, biologiya, iqtisodiyot, muhandislik va boshqa ko'plab sohalarida muhim o'rin tutadi. Differensial tenglamalar tarixi bizga nafaqat matematik yutuqlarni, balki insoniyat tafakkurining ilmiy rivojlanish bosqichlarini ham o'rgatadi. Shu sababli, ushbu sohaning rivojlanishini o'rganish nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham ahamiyatlidir.

5. Otto, M., & Thornton, J. (2023). MATEMATIKANI O'QITISHDA QIYOSIY USULLAR VA O'QUV TEXNOLOGIYALARI. QO'QON UNIVERSITETI XABARNOMASI, 9, 241-244.

6. Azimova, T. E. (2024). MATEMATIKA FANINING IQTISODIYOTDAGI AHAMIYATI (HOSILANING TADBIQI). Kokand University Research Base, 536-539.

7. Boltaev K. K., qizi Azimova T. E. Description of Real AW*-Factors of Type I //EUROPEAN JOURNAL OF INNOVATION IN NONFORMAL EDUCATION. – 2022. – T. 2. – №. 2. – C. 413-421.

8. qizi Azimova, T. E. (2023). ECONOMIC DIRECTIONS IN TEACHING MATHEMATICS. Intent Research Scientific Journal, 2(4), 54-56

³ George F. Simmons DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH APPLICATIONS AND HISTORICAL NOTES Third Edition by Taylor & Francis Group, LLC. 2017